

## **WORKING PAPER NR. 2003-02**

# **De dynamica van congestie en prijsbeleid**

Steven Logghe, Transport & Mobility Leuven  
Isaak Yperman, Katholiek Universiteit Leuven

september 2003

### **Samenvatting**

Om een congestieheffing dynamisch te onderbouwen combineren we in deze bijdrage twee dynamische modellen. Voor de beschrijving van de verkeersvraag gebruiken we het bottleneck model van Vickrey (1969) terwijl we met het LWR model (Lighthill and Whitham 1955 en Richards 1956) de verkeersafwikkeling bekijken. Met dit gecombineerde model is het mogelijk analytisch het gebruikers- en systeemevenenwicht op een klein netwerk door te rekenen. Toepassing van een optimale dynamische tol maakt een niet gecongesteerde verkeersafwikkeling mogelijk.

Bovenstaande benadering verschaft een verrassend inzicht. Het terugslaan (blocking back) van files kan tot gevolg hebben dat reizigers congestie ervaren terwijl ze niet door de eigenlijke bottleneck moeten. Toepassing van een optimale congestieheffing heeft tot gevolg dat de reiskost voor deze reizigers daalt. Als gevolg daarvan neemt de verkeersvraag in de spits toe zonder dat daardoor congestie wordt veroorzaakt. Bijgevolg kan geconcludeerd worden dat de toepassing van congestieheffing in bepaalde situaties een positief effect heeft op de vervoersprestatie van een netwerk.

### **Trefwoorden**

Bottleneck model, LWR model, rekeningrijden, verkeersstroomtheorie, transporteconomie

## 1. Inleiding

Op ons wegennet ontstaat dagelijks structurele congestie tijdens de spitsperiodes. Deze tijdelijke overbelasting zorgt ervoor dat de reistijd rond knelpunten toeneemt. Toch kunnen we aannemen dat alle bestuurders hun reiskost minimaliseren. Dit houdt in dat bestuurders hun reiskost niet kunnen verminderen door vroeger of later te vertrekken. Niettegenstaande de hogere reistijden ervaren ze de reiskost tijdens een spitsperiode als kleiner dan buiten de spits.

Nobelprijswinnaar Vickrey (1969) bracht dit als eerste in rekening door de reiskost afhankelijk te maken van het aankomsttijdstip. Arnott et al. (1990 en 1998) geven een mooi overzicht van het bottleneck model van Vickrey. In dit model worden  $N$  identieke bestuurders tussen een herkomst en een bestemming beschouwd. Alle bestuurders hebben hetzelfde gewenste aankomsttijdstip. De reiskost  $C(t)$  van een bestuurder die vertrekt op tijdstip  $t$  is afhankelijk van de reistijd  $T(t)$  en van het te vroeg of het te laat aankomen op de bestemming.

Doordat de capaciteit van de weginfrastructuur beperkt is, kan niet iedereen juist op tijd aankomen. In de toedeling kiest elke bestuurder een zodanig vertrektijdstip dat hij zijn reiskost niet kan verminderen door vroeger of later te vertrekken. Uit deze evenwichtstoedeling door de tijd volgt dat alle bestuurders dezelfde reiskost ervaren. Een bestuurder die vroeg vertrekt heeft een kleine reistijd, maar ervaart een extra kost doordat hij te vroeg aankomt. Iemand die net op tijd aankomt, zal een grote reistijd hebben en geen extra kosten. Een bestuurder die te laat aankomt, ervaart hiervoor een ‘te-laet-kom-kost’ in combinatie met een kleinere reistijd.

In het oorspronkelijke model van Vickrey wordt een file als een verticale wachtrij voorgesteld. Dit houdt in dat de wachtrij geen ruimte inneemt op de weg. Bij ernstige congestie ontstaan echter lange files die ook bestuurders hinderen die niet door de eigenlijke bottleneck willen. Dit ‘terug slaan’ (blocking back) van files wordt niet door het bottleneck model beschreven.

In deze bijdrage wordt het bottleneck model van Vickrey uitgebreid. Daarbij willen we de verkeersafwikkeling in de wachtrij nauwkeuriger beschrijven om onder meer de terugslag van files te kunnen bekijken. Bij deze uitwerking combineren we het bottleneck model met het verkeersstroommodel van Lighthill en Whitham (1955) en Richards (1956) – het LWR model.

In een eerste sectie wordt het LWR model bondig toegelicht. Vervolgens wordt het bottleneck model gecombineerd met het LWR model. In een case study bekijken we het terugslageffect en analyseren we de aanpak van deze situatie met een doordacht dynamisch prijsbeleid. Aansluitend volgt een discussie waarin de toepassing van congestieheffing op basis van deze dynamische benadering nader wordt bekeken.

## 2. Het LWR model

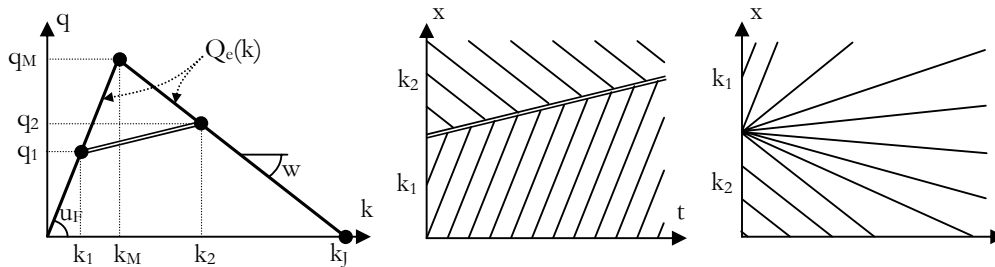
In de jaren vijftig ontwikkelden Lighthill en Whitham (1955) en Richards (1956) onafhankelijk van elkaar het eerste dynamische verkeersstroommodel. Dit LWR model beschrijft het verkeer op een schakel door middel van een behoudswet. Verder wordt verondersteld dat de intensiteit  $q$  gerelateerd is aan de dichtheid  $k$ . Deze evenwichtsrelatie  $Q_e(k)$  is beter gekend als het fundamenteel diagram. Voor een weg zonder op- of afritten geeft dit de volgende partiële differentiaalvergelijking :

$$\frac{\partial k(x,t)}{\partial t} + \frac{dQ_e(k)}{dk} \cdot \frac{\partial k(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Om de zaken wat te vereenvoudigen werken we hier met een driehoekig fundamenteel  $k$ - $q$  diagram. In een  $k$ - $q$  diagram, zoals geschetst in figuur 1a, wordt de snelheid  $u$  ( $= q/k$ ) als helling afgelezen. De maximale snelheid  $u_F$  geldt bij een driehoekig diagram gedurende het volledig vrije verkeersregime. De maximale intensiteit  $q_M$ , dit is de capaciteit, wordt bij een dichtheid  $k_M$  gehaald. De congestietak van dit diagram heeft een constante helling  $u(<0)$  en de maximale dichtheid stellen we voor door  $k_j$ .

Met vergelijking (1) kan de dichtheid, de snelheid en de intensiteit op een weg en door de tijd, uitgaande van begin- en randvoorwaarden worden gezocht. Met behulp van karakteristieken, ook wel kinematische golven genoemd, kan de oplossing ook grafisch geschetst worden. Karakteristieken zijn rechten met een helling gelijk aan de afgeleide  $Q'_e(k)$  van het fundamenteel diagram. Vanuit een punt met dichtheid  $k_0$  kan een rechte met helling  $Q'_e(k_0)$  in het  $t$ - $x$  vlak getekend worden. Op deze lijn is de dichtheid dan overal gelijk aan  $k_0$ . Vrij verkeer komt overeen met karakteristieken met positieve helling zodat  $Q'_e(k) > 0$  of  $k < k_M$ . Karakteristieken die tegen de rijrichting in gaan, in dit geval is  $Q'_e(k) < 0$  and  $k > k_M$ , komen overeen met gecongesteerd verkeer.

Wanneer de dichtheid toeneemt in de  $x$ -richting voor  $t = 0$  zoals in figuur 1b, ontstaat een schokgolf met helling  $\Delta q / \Delta k$ . Op deze golf verandert de verkeerstoestand discontinu. Een afname van de dichtheid in de  $x$ -richting voor  $t = 0$  zoals in figuur 1c, veroorzaakt een waaier van karakteristieken waarbij alle tussenliggende dichtheden aan bod komen. Hierdoor blijkt dat de overgang van congestie naar afwaarts vrij verkeer over het capaciteitsregime verloopt. De uitstroom uit de file is bijgevolg optimaal in het LWR model.

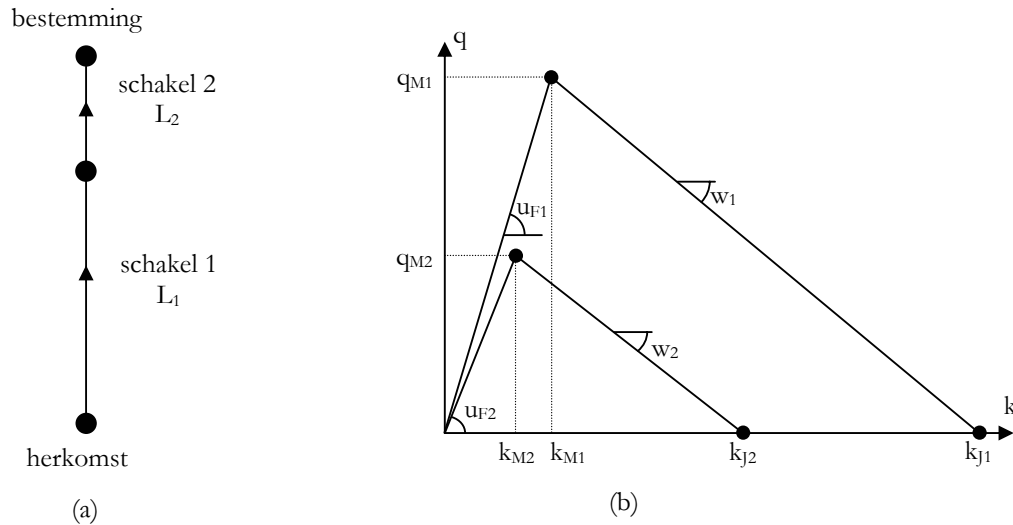


Figuur 1: (a) een driehoekig fundamenteel diagram; (b) een schokgolf en (c) een waaier.

Schokgolven en karakteristieken kunnen beiden in het fundamenteel  $k$ - $q$  diagram en in het  $t$ - $x$  diagram weergegeven worden. Door beide diagrammen te schalen worden schokgolven en karakteristieken evenwijdigen in beide diagrammen.

### 3. Het LWR bottleneck model

In deze sectie combineren we het bottleneck model met het LWR model. Daartoe beschouwen we een herkomst en bestemming die door twee schakels met elkaar verbonden worden zoals aangegeven in figuur 2.a. Op elke schakel geldt een driehoekig fundamenteel  $k$ - $q$  diagram. In figuur 2.b worden de gebruikte diagrammen geschetst voor de twee schakels met lengte  $L_1$  en  $L_2$ . We nemen aan dat de capaciteit  $q_{M2}$  van de tweede schakel kleiner is dan van de eerste schakel. Daardoor fungeert de tweede schakel als bottleneck met de wachtrij op de eerste schakel.



Figuur 2 : (a) Twee schakels als het LWR bottleneck netwerk en (b) de gebruikte fundamentele diagrammen.

Net als in het oorspronkelijke model veronderstellen we dat  $N$  identieke voertuigen op  $t^*$  bij de bestemming willen zijn. De reiskost  $C(t)$  houdt rekening met de reistijd en de aankomsttijd :

$$C(t) = \alpha \cdot (\text{reistijd}) + \beta \cdot (\text{tijd te vroeg}) + \gamma \cdot (\text{tijd te laat}) \tag{2}$$

Deze gegeneraliseerde reiskost drukken we uit in geld. Hierdoor komt  $\alpha$  uit de eerste term overeen met de monetaire waarde van de reistijd, de value of time (VOT). Het aankomsttijdstip van iemand die op tijdstip  $t$  vertrekt is  $t + T(t)$ . Iemand die te vroeg aankomt ervaart daarom de volgende reiskost :

$$C(t) = \alpha \cdot T(t) + \beta(t^* - t - T(t)) \quad \forall t + T(t) < t^* \tag{3}$$

Een laatkomer ervaart de volgende reiskost :

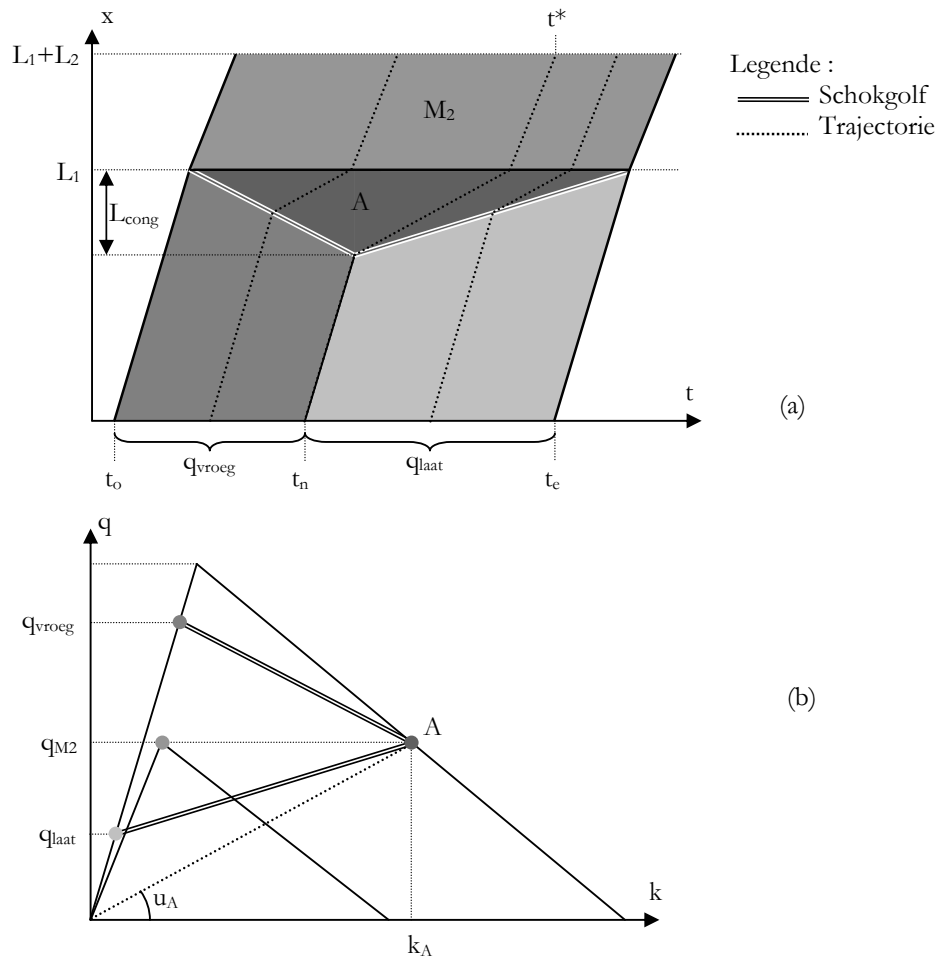
$$C(t) = \alpha \cdot T(t) + \gamma \cdot (t + T(t) - t^*) \quad \forall t^* < t + T(t) \tag{4}$$

Experimenteel onderzoek van Small (1982) toonde aan dat mensen liever te vroeg komen dan te laat. De werkelijke reistijd waarden ze daar tussenin zodat :

$$\beta < \alpha < \gamma \tag{5}$$

In het gebruikersevenwicht veronderstellen we een verkeersafwikkeling waarbij iedere bestuurder zijn eigen reiskost minimaliseert. Uit dit eerste principe van Wardrop volgt dat elke bestuurder dan dezelfde reiskost ervaart en dat niemand zijn reiskost kan verkleinen door vroeger of later te vertrekken. Op basis van dit principe kan de reiskost  $C$  en de verkeersvraag in functie van de tijd berekend worden zoals in het oorspronkelijke bottleneck model. In figuur 3 wordt dit gebruikersevenwicht in een  $t-x$  en een  $k-q$  diagram geschetst. In tabel 1 worden de wiskundige uitdrukkingen gegeven.

In het gebruikersevenwicht is de verkeersvraag eerst hoger dan de capaciteit van de tweede schakel. Daardoor ontstaat een file die aangroeit tot op zijn maximale lengte  $L_{cong}$ . Het voertuig dat juist op het gewenste aankomsttijd  $t^*$  toekomt, zal de langste file ervaren. Daarna daalt de verkeersvraag tot  $q_{laat}$  en wordt de file afgebouwd. Het laatste voertuig zal net geen file meer hebben maar de grootste ‘te-laat-komkost’ ervaren.



Figuur 3 : Het gebruikersevenwicht in (a) het t-x diagram en (b) het k-q diagram.

Tabel 1 : Overzicht formules voor het gebruikersevenwicht :

Totale reiskost	$C = \alpha \cdot \left( \frac{L_1}{u_{f1}} + \frac{L_2}{u_{f2}} \right) + \frac{\beta\gamma}{(\beta + \gamma)} \left( \frac{N}{q_{M2}} \right)$
Verkeersvraag	$\begin{cases} q_{vroeg} = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} q_{M2} & \forall t_o < t < t_n \\ q_{laat} = \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} q_{M2} & \forall t_n < t < t_e \end{cases}$
Vertrektijdstip eerste bestuurder	$t_o = t^* - \frac{L_1}{u_{f1}} - \frac{L_2}{u_{f2}} - \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \left( \frac{N}{q_{M2}} \right)$
Vertrektijdstip laatste bestuurder	$t_e = t^* - \frac{L_1}{u_{f1}} - \frac{L_2}{u_{f2}} + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \left( \frac{N}{q_{M2}} \right)$
Vertrektijdstip bestuurder die net op tijd aankomt	$t_n = t^* - \frac{L_1}{u_{f1}} - \frac{L_2}{u_{f2}} - \frac{\beta\gamma}{\alpha(\beta + \gamma)} \left( \frac{N}{q_{M2}} \right)$
Maximale lengte van de file	$L_{cong} = \frac{\beta\gamma}{\alpha(\beta + \gamma)} \left( \frac{q_{M1} \cdot N}{k_{J1}(q_{M1} - q_{M2})} \right)$

In een systeemoptimum berekenen we een verkeersafwikkeling waarbij de totale reiskost van alle bestuurders minimaal is. Doordat de capaciteit van schakel 2 in het gebruikersevenwicht optimaal gebruikt wordt, kunnen we de kosten voor te vroeg en te laat aankomen niet verminderen. Een voertuig op een ander tijdstip laten aankomen, verhoogt enkel de totale ‘te vroeg’ en ‘te laat’ kosten.

De reistijden kunnen wel verminderd worden. Wanneer de verkeersvraag in hetzelfde tijdsinterval van  $t_0$  tot  $t_e$  gelijk is aan de capaciteit van de tweede schakel staat er nooit iemand in de file. Verder blijven de ‘te-vroeg’ en de ‘te-laag’ kosten hetzelfde en wordt de tweede schakel nog steeds optimaal gebruikt.

Het systeemevenwicht impliceert dat men thuis in plaats van in de file wacht. De tijd die men voorheen als reistijd verloor, vertrekt men nu later. Als iedereen volgens dit principe opereert, ontstaat er geen reistijdverlies en wordt de bottleneck toch optimaal gebruikt.

Het systeemoptimum zorgt er wel voor dat de bestuurders niet allemaal dezelfde reiskost meer hebben. De persoon die net op tijd komt, ziet zijn reistijd het meest dalen en behaalt het grootste voordeel. Bestuurders die in het gebruikersevenwicht heel vroeg of heel laat vertrekken ervaren nauwelijks voordeel. Bijgevolg zal het moeilijk zijn deze laatsten te overtuigen om hun vertrektijd niet aan te passen.

Een tol kan er nu voor zorgen dat de verkeersafwikkeling conform het systeemevenwicht geldt, terwijl iedereen dezelfde reiskost ervaart. Daartoe heffen we een tol die gelijk is aan de waarde van de reistijd die door congestie verloren gaat. Op die manier krijgen we de verkeersvraag uit het systeemoptimum met de reiskost uit het gebruikersevenwicht.

De tol evolueert dan volgens de reistijd in het gebruikersevenwicht. Vanaf  $t_0$  stijgt de tol tot een maximale waarde voor de reiziger die juist op tijd aankomt. Daarna daalt de tol tot nul op tijdstip  $t_e$ . Het economisch oninteressante reistijdverlies wordt op deze wijze omgezet in maatschappelijk zinvoller geld.

Dit LWR bottleneck model komt met het oorspronkelijk bottleneck model overeen wanneer aan volgende voorwaarden voldaan is:

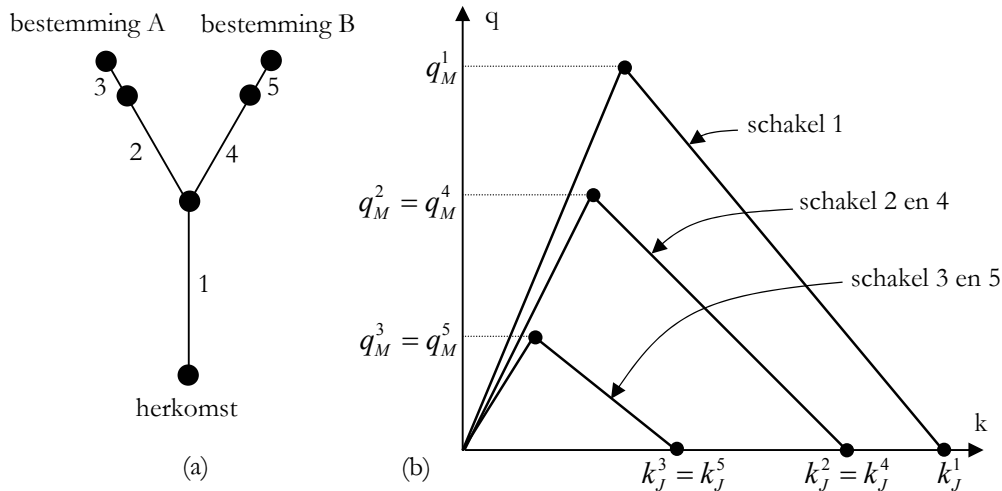
- De capaciteit  $q_{M2}$  van de tweede schakel is gelijk aan de capaciteit in het bottleneck model. De reistijd van het onbelaste netwerk is gelijk aan  $T_0 = \frac{L_1}{u_{f1}} + \frac{L_2}{u_{f2}}$
- De capaciteit  $q_{M1}$  van de eerste schakel is groot genoeg om de hoge verkeersvraag  $q_{vrog}$  te verwerken. Indien hier niet aan voldaan wordt, fungeert schakel 1 als tweede bottleneck.
- De opslagcapaciteit van schakel 1 moet voldoende groot zijn. Dit houdt in dat de lengte van schakel 1 groter is dan de maximale lengte van de file. Indien hier niet aan voldaan wordt, slaat de file terug tot opwaarts van schakel 1.

Het spreekt voor zich dat in werkelijke verkeersnetwerken deze voorwaarden niet noodzakelijk vervuld zijn. In de volgende sectie bekijken we een netwerk waarbij de opslagcapaciteit te klein is, zodat de file terugslaat.

## 4. Het terugslageffect

Een file neemt een zekere ruimte in op de weg. Bij langere files worden ook reizigers gehinderd die niet door de eigenlijke bottleneck moeten. Dit fenomeen noemen we het terugslaan van congestie (‘blocking back’).

In deze sectie bestuderen we dit effect aan de hand van het netwerk in figuur 4a. Vanuit een herkomst vertrekken reizigers naar zowel bestemming A als B. De fundamentele diagrammen van de verschillende schakels worden in figuur 4b weergegeven. Voor de route naar bestemming A fungeert schakel 3 als bottleneck, terwijl schakel 5 op route B de bottleneck is. Alle reizigers willen op tijdstip  $t^*$  op hun bestemming zijn. Verder ervaren ze allen dezelfde extra kosten volgens formules (3) en (4) wanneer ze te vroeg of te laat aankomen.



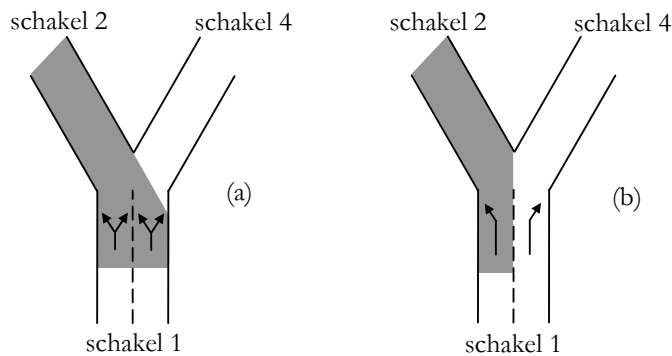
Figuur 4 : (a) het netwerk en (b) de fundamentele diagrammen.

### 4.1 Het splitsingsknooppunt

We veronderstellen dat de verkeersvraag naar bestemming A zo groot is, dat de file niet enkel op schakel 2, maar tot op schakel 1 reikt. Het effect van deze terugslag wordt grotendeels door de lay-out van het splitsingsknooppunt bepaald. Wanneer de splitsing volgens het First In First Out (FIFO) principe werkt, zoals in figuur 5a, ondervindt ook de verkeersstroom naar bestemming B zware hinder.

In het geval van een parallelle splitsing, zoals in figuur 5b, kan de hinder beperkt blijven. Bij een voldoende grote capaciteit van schakel 1 interacteren beide verkeersstromen niet. In dat geval kunnen we het netwerk opsplitsen. Voor elke route geldt dan een afzonderlijk netwerk zoals in de vorige sectie. De herkomst is dan door drie schakels met de bestemming verbonden en de formules uit tabel 1 kunnen we hierop toepassen.

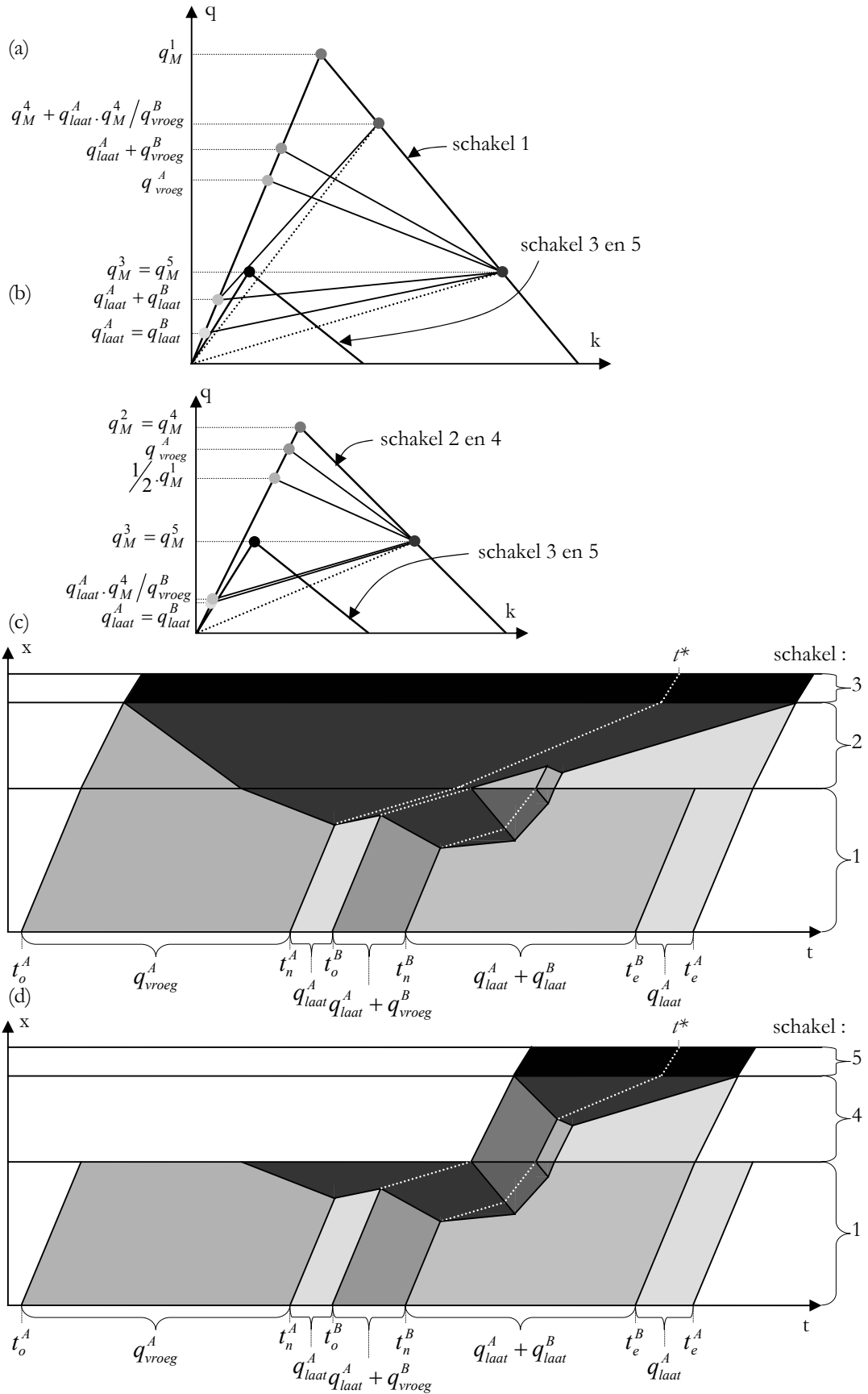
In de verdere uitwerking veronderstellen we echter een FIFO-splitsing waarbij de file van route A terugslaat tot op schakel 1 met als gevolg dat ook de reizigers naar bestemming B gehinderd worden.



Figuur 5 : (a) FIFO – splitsing en een (b) parallelle splitsing.

### 4.2 Het gebruikersevenwicht

In deze paragraaf wordt het gebruikersevenwicht aan de hand van figuur 6 a t/m d uitgewerkt. Het fundamenteel diagram van de schakels 1, 3 en 5 wordt in figuur 6a weergegeven en van de schakels 2, 3, 4 en 5 in figuur 6b. Het  $t$ - $x$  diagram van route A is weergegeven in figuur 6c en voor route B in 6d.



Figuur 6 : Het terugslageeffect in (a & b) de  $k$ - $q$  en (c & d) de  $t$ - $x$  diagrammen

De kleuren in het  $t-x$  diagram komen overeen met de toestandspunten in de fundamentele diagrammen. Per schakel komen donkere kleuren overeen met een hogere dichtheid.

De interpretatie van deze  $t-x$  en  $k-q$  diagrammen vergt de nodige expertise. Daarom wordt in het hiernavolgende deel van de paragraaf beschreven welke mechanismen sequentieel van invloed zijn op de verkeersstroom. Op deze wijze kan ook zonder de interpretatie van deze  $t-x$  en  $k-q$  diagrammen inzicht worden verkregen in de complexiteit van het gebruikersevenwicht.

Door de terugslag van file op route A (naar schakel 1) worden ook de kosten op route B beïnvloed. We veronderstellen dat de eerste reiziger met bestemming B pas wil vertrekken wanneer schakel 1 al gecongesteerd is. In dat geval zal de reiziger die de grootste 'te vroeg kosten' ervaart op route B, ook nog reistijd verliezen. Doordat de reiskost van alle reizigers gelijk is in het gebruikersevenwicht, zal iedereen op route B een hogere reiskost ervaren. De laatste reiziger, die geen reistijd meer verliest, krijgt bijgevolg ook een hogere reiskost. Dit is enkel mogelijk als hij een grotere 'te laat kost' ervaart door later te vertrekken. Deze redenering gaat op voor alle reizigers met bestemming B. In vergelijking met een netwerk zonder terugslag neemt de reiskost van alle reizigers op route B toe en zal iedereen wat later vertrekken.

Op het tijdstip  $t_o^A$  vertrekt het eerste voertuig met bestemming A. Tot  $t_n^A$  geldt de hoge verkeersvraag  $q_{vroeg}^A$  en ontstaat er een file op schakel 2 die reikt tot op schakel 1. Het voertuig dat op  $t_n^A$  vertrekt komt net op tijd aan en ervaart de grootste reiskost. Na  $t_n^A$  vermindert de verkeersvraag voor route A tot  $q_{laat}^A$  en bouwt de file af. De intensiteit in de file is zowel op schakel 2 als schakel 1 gelijk aan  $q_M^3$ , de capaciteit van schakel 3.

Op het tijdstip  $t_o^B$ , wanneer schakel 1 nog gecongesteerd is, vertrekt het eerste voertuig met bestemming B. Vanaf dan is de verkeersvraag op de route naar B groot en daardoor groeit de file op schakel 1 weer aan.

Tot  $t_n^B$  is de verkeersvraag op route B gelijk aan  $q_{vroeg}^B$ . Het voertuig dat op  $t_n^B$  vertrekt zal de grootste reistijd ervaren op route B en zal net op tijd aankomen. Daarna daalt de verkeersvraag tot  $q_{laat}^B$ . Door deze verminderde vraag bouwt de file op schakel 1 weer af.

Wanneer het eerste voertuig met bestemming B aan het splitsingsknooppunt komt, verandert de uitstroom. Tot dan toe stroomde het verkeer  $q_M^3$  naar schakel 2 en was er geen verkeer op schakel 4 (route B). De samenstelling van de verkeersstroom verandert vanaf dit ogenblik. De verkeersvraag  $q_{vroeg}^B$  op route B is nu groot terwijl de verkeersvraag op route A,  $q_{laat}^A$ , een stuk kleiner is. Doordat het aandeel 'route B' voertuigen zo groot is, gaat schakel 4 nu tijdelijk als bottleneck fungeren. De uitstroom van schakel 1 naar schakel 4 wordt  $q_M^4$  en de uitstroom naar schakel 2 wordt hierdoor beperkt. Het terugslageffect wordt omgedraaid: voertuigen met bestemming A ondervinden vanaf dit ogenblik hinder van de file veroorzaakt door voertuigen met bestemming B.

Door de verminderde uitstroom naar schakel 2, bouwt de file op die schakel zich af. Daardoor hebben de voertuigen met bestemming A eigenlijk geen hinder van het oponthoud opgelopen op schakel 1. De reistijd die ze door de congestie van 'route B' voertuigen op schakel 1 verliezen, wordt gecompenseerd door de reistijdwinst (afname congestie) op schakel 2.

De hoge intensiteit op de route naar B (schakels 4 en 5) doet een file opwaarts van schakel 5 ontstaan.

De samenstelling van de verkeersstroom wijzigt opnieuw na het voertuig dat op tijdstip  $t_n^B$  vertrekt. De verkeersvraag op route B is voortaan  $q_{laat}^B$  terwijl de verkeersvraag op route A gelijk blijft aan  $q_{laat}^A$ . In dit voorbeeld zijn deze twee waarden gelijk doordat de capaciteiten van schakel 3 en 5 gelijk zijn en de kosten op route A en B met dezelfde  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$  berekend worden. De helft van de verkeersstroom heeft voortaan bestemming A, de andere helft bestemming B. Door de beperkte capaciteit van schakel 1 wordt de

uitstroom naar schakel 2 en 4 gelijk aan de helft van  $q_M^1$ . Schakel 1 fungeert vanaf dit ogenblik als bottleneck in deze FIFO splitsing.

Na het verdwijnen van de file op schakel 1, verschijnt het klassieke beeld van een afbouwende file op de schakels 2 en 4. Net wanneer het laatste voertuig passeert verdwijnen ook deze files.

We zien dat in de FIFO splitsing voortdurend sprake is van interactie tussen de verkeersstromen waarbij de ene stroom beperkingen oplegt aan de andere en vice versa. Eerst slaat de file op schakel 2 terug tot op schakel 1. Daarna is de capaciteit van schakel 4 de beperkende factor en vervolgens beperkt de maximale intensiteit op schakel 1 de uitstroom naar schakels 2 en 4. Toch is enkel de terugslag van de file van route A tot op schakel 1 van belang. Zowel op schakel 2 als schakel 4 staat er een file opwaarts van respectievelijk schakel 3 en schakel 5. Wanneer schakel 4 of schakel 1 de uitstroom in het splitsingsknooppunt beperken, gaat er geen reistijd verloren. Immers, de reistijd die de voertuigen daardoor op schakel 1 verliezen, winnen ze nu terug op de schakels 2 of 4.

### 4.3 De meerwaarde van congestieheffing

Zoals aangegeven in het eenvoudige netwerk in sectie 3 verliest niemand reistijd in een systeemevenwicht. Er ontstaat geen congestie en daardoor slaat er ook geen file terug. In het netwerk met FIFO splitsing (figuur 4) zullen de reizigers op route B niet meer interacteren met reizigers op route A. Bijgevolg kunnen we het systeemevenwicht berekenen voor elke afzonderlijke route zoals in een netwerk tussen één herkomst en één bestemming. Voor route A is een constante vraag van  $q_M^3$  tussen  $t_o^A$  en  $t_e^A$  systeemoptimaal. Voor route B is dit een constante verkeersvraag  $q_M^5$ . In de vorige paragraaf werd duidelijk dat alle 'route B'-voertuigen in het gebruikersevenwicht wat later vertrokken door de terugslag van file. In het systeemevenwicht is er geen terugslag meer, zodat het vertrekinterval terug iets vroeger plaats grijpt.

De reiskost in het netwerk met een optimale tol is voor alle reizigers met eenzelfde bestemming gelijk. Verder geldt de constante verkeersvraag uit het systeemevenwicht. Voor reizigers met bestemming A verandert er niets aan hun reiskost. Voor reizigers met bestemming B is de reiskost met een optimale tol lager dan in het gebruikersevenwicht met een terugslag van de file op route A.

Kortom: Door het instellen van een tol, blijft de reiskost gelijk voor reizigers die geen additionele hinder ondervinden van een terugslag van files. Voor reizigers die in een gebruikersevenwicht wel last hebben van terugslag van files, vermindert de reiskost door een optimale heffing. Doordat deze reiskost kleiner wordt, zal de vraag naar verplaatsingen groter worden op die route. Het instellen van een optimale tol resulteert dus in een verhoogde vraag naar verplaatsingen op bepaalde routes. Dit vormt geen probleem want het systeem kan deze extra vraag verwerken. Bij het bepalen van de optimale tol moet daarmee rekening worden gehouden, zodat ook bij deze verhoogde verkeersvraag nog steeds geen file zal ontstaan. Het instellen van een tol leidt bijgevolg tot een betere benutting van het wegennet.

## 5. Discussie

In deze sectie bekijken we kort de historische ontwikkeling van het LWR bottleneck model en vergelijken de dynamische aanpak met de klassieke statische benadering. Verder bekijken we mogelijke uitbreidingen van dit dynamisch model en de gevolgen daarvan.

De uitbreiding van het bottleneck model met een LWR model is niet nieuw. Newell (1988) beperkte zich tot de bottleneckschakel en behield het concept van de verticale wachtrij. Het terugslaan van files komt daardoor niet aan bod. Eerder hadden o.a. Henderson (1974) en Mahmassani en Herman (1984) dezelfde methode toegepast met een vereenvoudigde versie van het LWR model. Door telkens een niet-driehoekig fundamenteel diagram te gebruiken bemoeilijkte dit de uitwerking van hun modellen.

De bevindingen met dit dynamisch model verschillen grondig van de statische aanpak. Statische modellen gebruiken een reistijdverliescurve en kunnen de juiste effecten van congestie – wanneer de dichtheid groter wordt dan de capaciteitsdichtheid – niet correct beschrijven. In een statisch model is het reistijdverlies het grootst op de bottleneckschakel zelf, terwijl in werkelijkheid de wachtrij stroomopwaarts van deze schakel staat.

Volgens de auteurs is de statische aanpak enkel geldig wanneer het aantal mensen dat zich wil verplaatsen kleiner blijft dan de capaciteit van de bottleneckschakel. Het gebruik van een niet-driehoekig fundamenteel diagram in het LWR bottleneck model in combinatie met een verkeersvraag die lager blijft dan de capaciteit zal leiden tot resultaten verkregen met statische modellen. Indien er sprake is van congestie faalt de statische aanpak en wel door de foute veronderstellingen van het congestiemechanisme.

Uit de toepassing van dit dynamisch model volgt dat een variabele tijdsafhankelijke tol de reiskost kan doen dalen. Vooral reizigers die in een file staan maar niet door de eigenlijke bottleneck moeten, zien hun reiskosten dalen. Als tweede orde effect van een optimale tolheffing zal de verkeersvraag tijdens de spits stijgen. Echter, deze verhoging van de verkeersvraag leidt niet tot files, met als gevolg dat het wegennet beter wordt benut.

Dit LWR bottleneck model kan verder uitgebreid worden. Net zoals in het oorspronkelijk bottleneck model kan de heterogeniteit van het vraagpatroon bestudeerd worden. Reizigers verschillen namelijk in hun gewenst aankomsttijdstip en in de waardering van hun reistijd en van het te vroeg of te laat aankomen.

Doordat de reiskost tijdens het gebruikersevenwicht kan verschillen van de reiskost met een optimale tol is het effect van een elastische vraag belangrijk.

Een optimale tol is moeilijk te implementeren zodat ook de zoektocht naar praktische second-best tolszenario's noodzakelijk blijft. Een combinatie met andere externe transportkosten veroorzaakt door ongevallen of milieuhinder dringt zich dan ook op. Hier kunnen we al stellen dat, bij een optimale prijszetting, de verminderde congestie de kans op ongevallen aanzienlijk zal doen dalen.

Dit model veronderstelt een perfecte kennis van alle reiskosten over het volledige netwerk bij alle gebruikers. De gevolgen van imperfecte kennis en het effect van schommelingen in de capaciteit (bijv. door ongevallen of DVM) en in de verkeersvraag moeten nog grondig bestudeerd worden.

In het uitgewerkte voorbeeld wordt het terugslageffect op een FIFO splitsing onderzocht. Andere vormen van het terugslageffect moeten eveneens bestudeerd worden. Bij parallelle splitsingen of netwerken met andere capaciteitwaarden zal de file op andere locaties plaatsgrijpen. Ook in situaties waarbij congestie op een snelweg een oprit blokkeert kan sprake zijn van een terugslageffect.

Teneinde verschillende scenario's en complexe netwerken door te kunnen rekenen is een numerieke methode van dit model noodzakelijk. De beschikbaarheid van een efficiënt algoritme dat het verkeer kan toedelen door de tijd en over routes ligt binnen handbereik. Recent hebben Lo en Szeto (2002) een dynamisch toedelingsalgoritme op basis van het LWR model voorgesteld. Na de integratie van de vertrektijdkeuze in dit algoritme is het LWR bottleneck model bruikbaar voor allerlei toepassingen.

Het LWR model beschrijft de dynamische verkeersafwikkeling relatief eenvoudig. Een uitbreiding naar een model met meerdere voertuigklassen (Logghe 2003) zal het inzicht bij de prijszetting van vracht- en personenwagens kunnen verhogen. Ook een gedetailleerdere beschrijving van de capaciteitsval bij congestie (hysteresis effect) lijkt wenselijk. Dit laatste verschijnsel houdt in dat de uitstroom van congestie naar vrij verkeer niet optimaal verloopt. De potentiële winst te behalen door toepassing van een optimaal prijsbeleid wordt daardoor nog groter. Het instellen van een optimale tol en het vermijden van congestie leidt dan zeker tot een daling van de reiskosten, en een verhoging van de verkeersvraag.

## 6. Besluit

Wanneer alle bestuurders hun eigen reiskost minimaliseren resulteert dit in congestie tijdens de spits. Analyse van dit verschijnsel met een gecombineerde aanpak waarbij de verkeersvraag volgens het

bottleneck model en de verkeersafwikkeling volgens het LWR model wordt beschreven, toont aan dat deze congestie vermijdbaar is. Een optimale tol maakt een congestievrije verkeersafwikkeling volgens het systeemoptimum afdwingbaar. De hoogte van de tol komt overeen met de monetaire waarde van de reistijd die een bestuurder zou verliezen zonder tolheffing.

Wanneer reizigers congestie ervaren terwijl ze niet door de eigenlijke bottleneck moeten, kan de toepassing van een optimale tol zelfs een stijging van de verkeersvraag (in de spits) mogelijk maken, zonder dat dit leidt tot congestie.

Concluderend kan gesteld worden dat congestieheffing leidt tot een betere benutting van het wegennet en extra financiële middelen voor de overheid en dat terwijl de reistijden dalen en de reiskosten voor de reizigers niet toenemen.

## 7. Referenties

- Arnott R., A. de Palma and R. Lindsey (1990) *Economics of a Bottleneck*, Journal of Urban Economics, 27, 111-130.
- Arnott R., A. de Palma and R. Lindsey (1998) *Recent Developments in the Bottleneck Model*, In: Road Pricing, Traffic Congestion and the Environment: Issues of Efficiency and Social Feasibility (K.J. Button and E.T. Verhoef, eds.), 79-110. Edward Elgar, Cheltenham, UK.
- Henderson J.V. (1974) *Road Congestion: A Reconsideration of Pricing Theory*, Journal of Urban Economics, 1, 346-355.
- Lighthill M.J. and G.B Whitham (1955) *On kinematic waves. II A theory of traffic flow on long crowded roads*. Proc. Roy. Soc., A. 229, 281-345.
- Lo H.K. and W.Y. Szeto (2002) *A cell-based variational inequality formulation of the dynamic user optimal assignment problem*, Transportation Research 36B, 421-443.
- Logghe S. (2003) *Dynamic modeling of heterogeneous vehicular traffic*. PhD thesis K.U. Leuven- Belgium.
- Mahmassani H. and R. Herman (1984) *Dynamic User Equilibrium Departure Time and Route Choice on Idealized Traffic Arterials*, Transportation Science, 18, 362-384.
- Newell G.F. (1988) *Traffic Flow for the Morning Commute*, Transportation Science 22(1), 47-58.
- Richards P.I. (1956) *Shockwaves on the highway*. Opns. Res. 4, 42-51.
- Small K.A. (1982) *The Scheduling of Consumer Activities: Work Trips*, American Economic Review, 72, 467-479.
- Vickrey W.S. (1969) *Congestion Theory and Transport Investment*, American Economic Review (Papers and Proceedings), 59, 251-260.